

Gabarito:

1) Resolva as seguintes equações:

a) $3x + 7 = 15$

$$3x + 7 = 15$$

$$3x = 15 - 7$$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

b) $4y - 12,5 = 3y + 1$

$$4y - 12,5 = 3y + 1$$

$$4y - 3y = 1 + 12,5$$

$$y = 13,5$$

c) $8z - \frac{22}{5} = 11,3z + 11$

$$8z - \frac{22}{5} = 11,3z + 11$$

$$8z - 11,3z = 11 + \frac{22}{5}$$

$$-3,3z = \frac{55}{5} + \frac{22}{5}$$

$$-3,3z = \frac{(55 + 22)}{5}$$

$$z = -\frac{(77)}{5 \cdot 3,3}$$

$$z = -\frac{(77)}{5 \cdot 3 \cdot 1,1}$$

$$z = -\frac{(7 \cdot 11)}{5 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 0,1}$$

$$z = -\frac{(7)}{5 \cdot 3 \cdot 0,1}$$

$$z = -\frac{70}{5 \cdot 3}$$

$$z = -\frac{70}{5 \cdot 3}$$

$$z = -\frac{14}{3}$$

2) Dentro do conjunto universo Q, resolva a equação do 1º grau:

$$4.(x - 2) - 5.(2 - 3x) = 4.(2x - 6)$$

$$4.(x - 2) - 5.(2 - 3x) = 4.(2x - 6)$$

$$4x - 8 - 10 + 15x = 8x - 24$$

$$19x - 18 = 8x - 24$$

$$19x - 8x = -24 + 18$$

$$11x = -6$$

$$x = -\frac{6}{11}$$

3) Dada a equação $\frac{2x}{4} - \frac{5}{3} = x - \frac{7}{2}$, calcule o valor de x.

Para esse exercício, vamos usar o MMC entre todos os denominadores, para que a equação não tenha frações. O MMC entre (4, 3, 2) é 12:

4	3	2	2
2	3	1	2
1	3	1	3
1	1	1	$2 \times 2 \times 3 = 12$

$$\frac{2x}{4} - \frac{5}{3} = x - \frac{7}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 2x}{12} - \frac{4 \cdot 5}{12} = \frac{12 \cdot x}{12} - \frac{6 \cdot 7}{12}$$

$$\frac{6x}{12} - \frac{20}{12} = \frac{12 \cdot x}{12} - \frac{42}{12}$$

$$6x - 20 = 12x - 42$$

$$6x - 12x = -42 + 20$$

$$-6x = -22$$

$$x = \frac{-22}{-6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

4) Resolva as equações $5y + 2 = 8y - 4$ e $4x - 2 = 3x + 4$ e determine:

a) o valor numérico de y

b) o valor numérico de x

c) o produto de y por x

d) o quociente de y por x

a)

$$5y + 2 = 8y - 4$$

$$5y - 8y = -4 - 2$$

$$-3y = -6$$

$$y = \frac{-6}{-3} = \frac{6}{3} = 2$$

b)

$$4x - 2 = 3x + 4$$

$$4x - 3x = 4 + 2$$

$$x = 6$$

c) $y \cdot x = 2 \cdot 6 = 12$

d) $y/x = 6/2 = 3$

5) Resolva a equação: $4x^2 + 8x + 6 = 0$

$$a = 4 \quad b = 8 \quad c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6$$

$$\Delta = 64 - 96 = -32$$

Não existem raízes reais para a equação.

6) Encontre as raízes da equação: $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$a = 1 \quad b = -4 \quad c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

7) (PUCCAMP) Se v e w são as raízes da equação $x^2 + ax + b = 0$, em que a e b são coeficientes reais, então $v^2 + w^2$ é igual a:

- a) $a^2 \cdot 2b$
- b) $a^2 + 2b$
- c) $a^2 - 2b^2$
- d) $a^2 + 2b^2$
- e) $a^2 - b^2$

Nesse exercício precisamos ter cuidado para não confundir alguns conceitos, como os valores de a e b. Portanto, vamos chamar os coeficientes por letras maiúsculas.

$$A = 1 \quad B = a \quad C = b$$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot b = a^2 - 4b$$

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$$

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2} = w$$

$$x_2 = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} = v$$

Em seguida, vamos calcular $v^2 + w^2$:

$$v^2 + w^2$$

$$\left(\frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2}\right)^2$$

Nessa parte, precisamos aplicar uma propriedade de produto notável:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\frac{a^2 - 2a\sqrt{a^2 - 4b} + (a^2 - 4b)}{4} + \frac{a^2 + 2a\sqrt{a^2 - 4b} + (a^2 - 4b)}{4}$$

Se repararmos bem, o termo do meio nos dois tem mesmo valor mas sinais opostos, ou seja, se anulam!

$$\frac{a^2 - 2a\sqrt{a^2 - 4b} + (a^2 - 4b)}{4} + \frac{a^2 + 2a\sqrt{a^2 - 4b} + (a^2 - 4b)}{4}$$

$$\frac{a^2 + (a^2 - 4b)}{4} + \frac{a^2 + (a^2 - 4b)}{4}$$

$$\frac{(2a^2 - 4b)}{4} + \frac{(2a^2 - 4b)}{4}$$

$$\frac{(4a^2 - 8b)}{4}$$

$$v^2 + w^2 = a^2 - 2b$$

Alternativa a)

8) (UEL) A soma de um número racional não inteiro com o dobro do seu inverso multiplicativo é $33/4$. Esse número está compreendido entre:

- a) 5 e 6
- b) 1 e 5
- c) $1/2$ e 1
- d) $3/10$ e $1/2$
- e) 0 e $3/10$

Primeiramente, o inverso multiplicativo nesse caso é o número pelo qual multiplicando, teríamos um resultado de 1 (por isso inverso). Então podemos montar a seguinte equação:

$$x + 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{33}{4}$$

$$x + 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{33}{4}$$

$$\frac{4x \cdot x + 2 \cdot 1 \cdot 4}{4x} = \frac{33 \cdot x}{4x}$$

$$4x^2 + 8 = 33x$$

$$4x^2 - 33x + 8 = 0$$

$$a = 4 \quad b = -33 \quad c = 8$$

$$\Delta = (-33)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 8$$

$$\Delta = 1089 - 128 = 961 \text{ (é raiz perfeita de 31)}$$

$$x = \frac{-(-33) \pm \sqrt{961}}{2 \cdot 4} = \frac{33 \pm 31}{8}$$

$$x_1 = \frac{33 + 31}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

$$x_2 = \frac{33 - 31}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Como o problema fala que o número é um racional não inteiro, a solução que buscamos é $\frac{1}{4}$ (equivalente a 0,25). Que está no intervalo entre 0 e $3/10$ (que é equivalente a 0,3).

Alternativa e